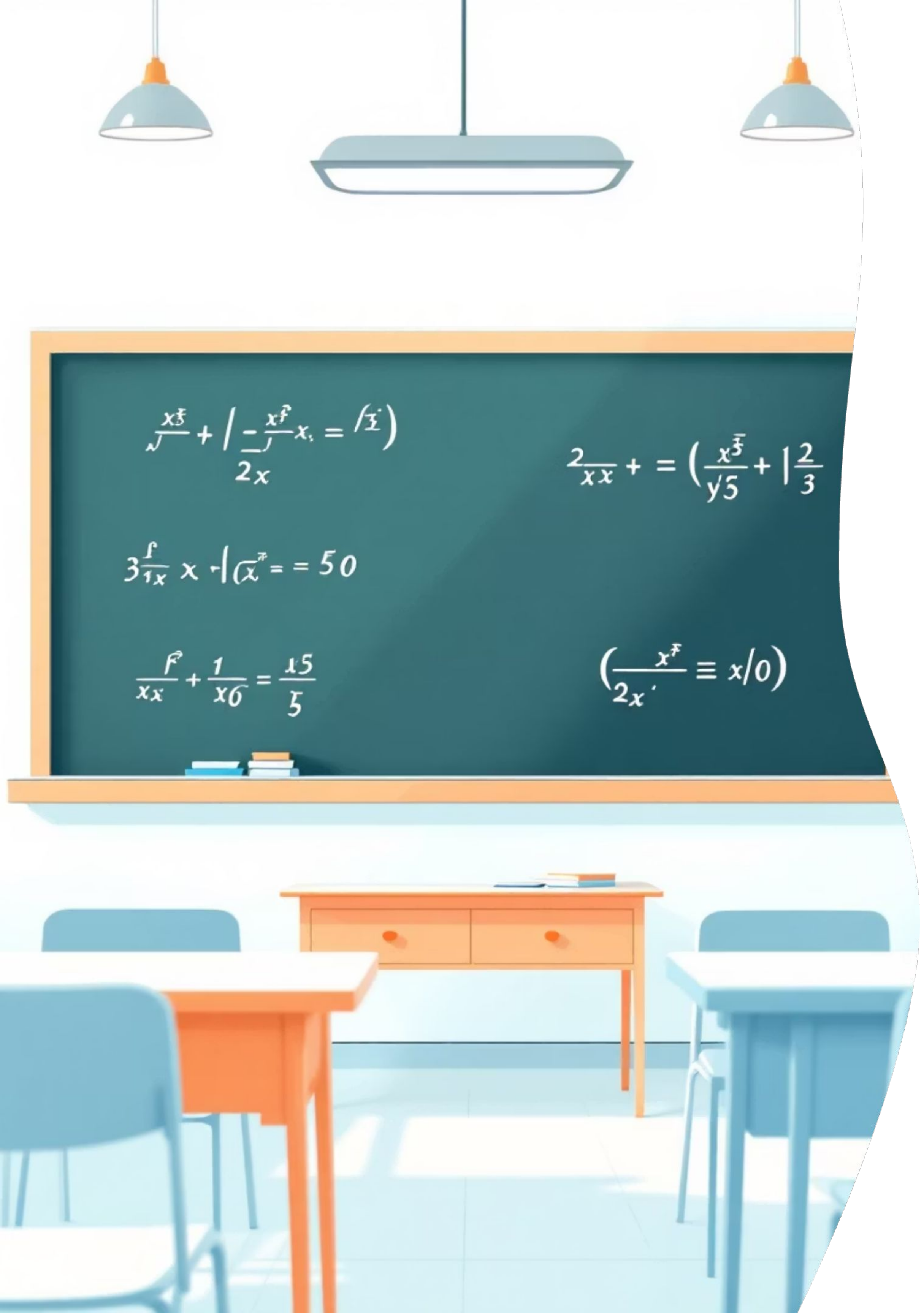


Քառակուսային ֆունկցիա: Հիմնարար հասկացություններ

Բարի գալուստ քառակուսային ֆունկցիաների մեր ուսումնասիրությանը: Այս շնորհանդեսը ձեզ կուղղորդի դեպի այս էական մաթեմատիկական գործիքների հիմնական գաղափարները, տեսողական ներկայացումները և գործնական կիրառությունները:

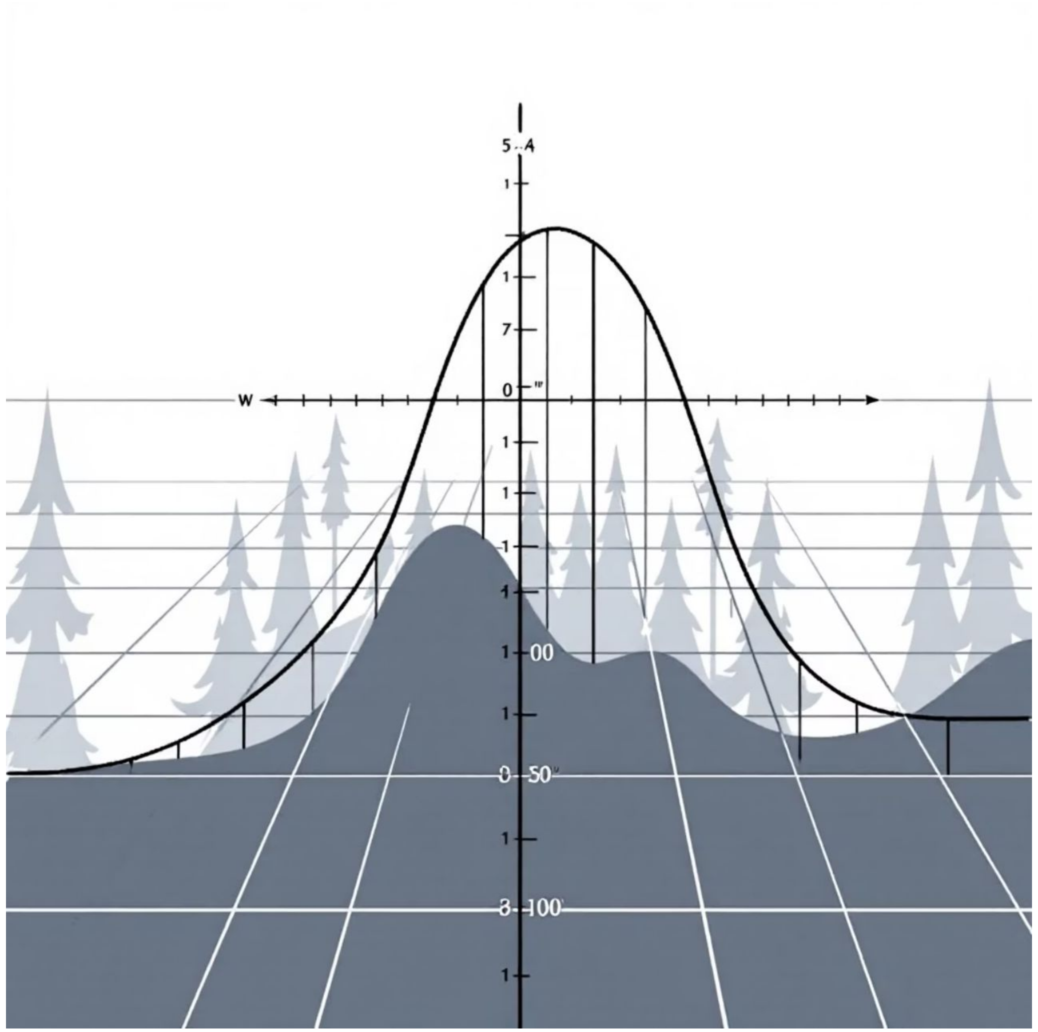
Ի՞նչ է քառակուսային ֆունկցիան:

Քառակուսային ֆունկցիան երկրորդ աստիճանի բազմանդամային ֆունկցիա է, ինչը նշանակում է, որ փոփոխականի ամենաբարձր աստիճանը 2 է: Այն ունի հետևյալ ընդհանուր տեսքը՝

> $y = ax^2 + bx + c$

Այստեղ «a»-ն, «b»-ն և «c»-ն իրական թվեր են, ընդ որում կարևոր պայման կա՝ «a»-ն չի կարող զրո լինել: Եթե «a»-ն լիներ զրո, այն կդադարեր քառակուսային ֆունկցիա լինելուց և կդառնար գծային: «x»-ը ներկայացնում է փոփոխականը:

Քառակուսային ֆունկցիայի գրաֆիկը ստեղծում է U-աձև յուրահատուկ կոր, որը հայտնի է որպես **պարաբոլ**:



Պարաբոլի ձևը և «a»-ի ազդեցությունը

Վերև բացվող
ակիցը դրական է,
ացվում է դեպի վեր՝
պտացող դեմք: Պարաբոլի
ղի դրա ամենացածր կետը:

Երբ a > 0: Վերև բացվող

Եթե «a» գործակիցը դրական է, պարաբոլը բացվում է դեպի վեր՝ հիշեցնելով ժպտացող դեմք: Պարաբոլի գագաթը կլինի դրա ամենացածր կետը:

Երբ a < 0: Ներքև բացվող

Եթե «a»-ն բացասական է, պարաբոլը բացվում է դեպի ներքև՝ նմանվելով տխուր դեմքի: Այս դեպքում գագաթը ներկայացնում է ֆունկցիայի ամենաբարձր կետը:

«a»-ի մեծությունը՝ պարաբոլի լայնությունը

«a»-ի բացարձակ արժեքը որոշում է պարաբոլի լայնությունը: «a»-ի ավելի մեծ բացարձակ արժեքը պարաբոլն ավելի նեղ և կտրուկ է դարձնում, մինչդեռ ավելի փոքր բացարձակ արժեքը այն դարձնում է ավելի լայն և հարթ:

Օրինակ 1. Ամենապարզ պարաբոլը

Դիտարկենք ամենապարզ քառակուսային ֆունկցիան՝

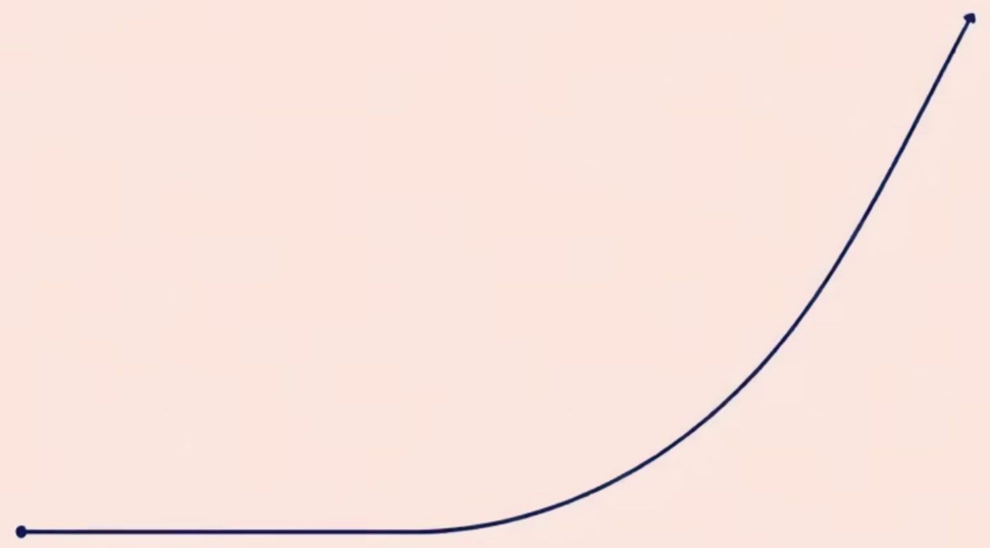
> $y = x^2$

- Այս դեպքում $a = 1$, $b = 0$, և $c = 0$:
- Քանի որ 'a' (1) մեծ է 0-ից, պարաբոլը բացվում է վերև:
- Այս պարաբոլի գագաթը գտնվում է սկզբնակետում (0,0):

Ստուգենք որոշ կետեր՝

- Եթե $x = 2$, ապա $y = 2^2 = 4$
- Եթե $x = -2$, ապա $y = (-2)^2 = 4$

Y-առանցքի նկատմամբ այս սիմետրիան բնորոշ է $b=0$ ունեցող պարաբոլներին:



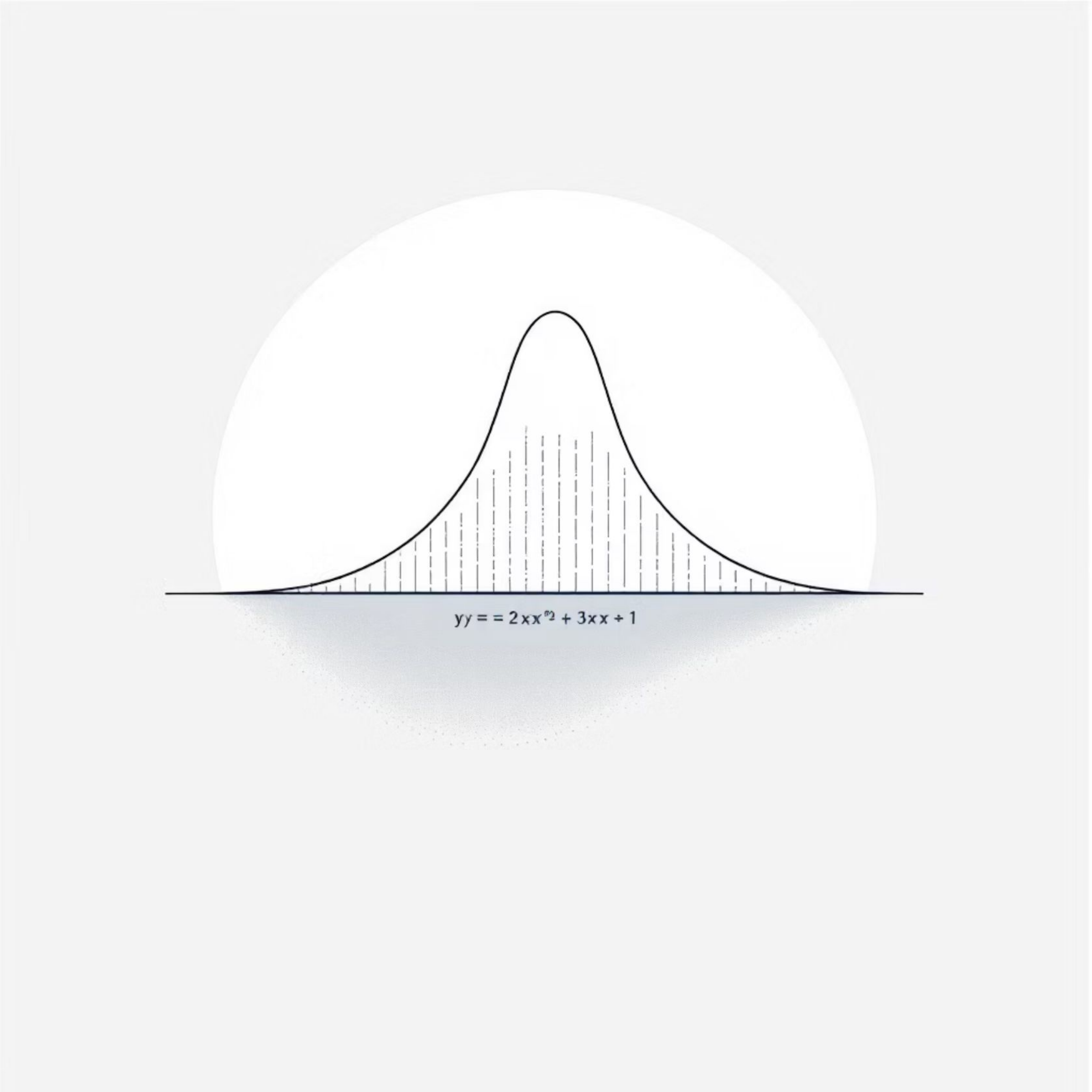
Օրինակ 2. Ավելի բարդ քառակուսային ֆունկցիա

Այժմ եկեք դիտարկենք մի փոքր ավելի բարդ օրինակ.

> $y = -2x^2 + 3x + 1$

- Այստեղ $a = -2$, $b = 3$ և $c = 1$:
- Քանի որ «a» (-2) փոքր է 0-ից, այս պարաբոլը կբացվի ներքև:
- Գագաթը գտնելու համար, երբ «b»-ն զրոյից տարբեր է, անհրաժեշտ են հատուկ բանաձևեր, որոնք մենք կուսումնասիրենք հաջորդիվ:

Գործակիցները հասկանալը մեզ օգնում է կանխատեսել պարաբոլի վարքը նույնիսկ մինչև այն գծելը:



Գագաթի կոորդինատներ. Շրջադարձային կետը

Գագաթը պարաբոլի վրա կրիտիկական կետ է, որը ներկայացնում է նրա առավելագույն կամ նվազագույն արժեքը: Դրա կոորդինատները կարող եք գտնել հետևյալ բանաձևերի միջոցով.

Գագաթի X-կոորդինատը

Գագաթի x-կոորդինատը տրվում է հետևյալ բանաձևով.

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Գագաթի Y-կոորդինատը

Երբ ունենաք x-կոորդինատը, այն հետ տեղադրեք սկզբնական քառակուսային ֆունկցիայի մեջ՝ y-կոորդինատը գտնելու համար.

$$y = f(x_{vertex}) = a(x_{vertex})^2 + b(x_{vertex}) + c$$

Եկեք սա կիրառենք մի օրինակի վրա՝ $y = 2x^2 - 4x + 1$

- X-ի համար՝ x = -(-4) / (2 * 2) = 4 / 4 = 1
- Y-ի համար՝ $y = 2(1)^2 - 4(1) + 1 = 2 - 4 + 1 = -1$

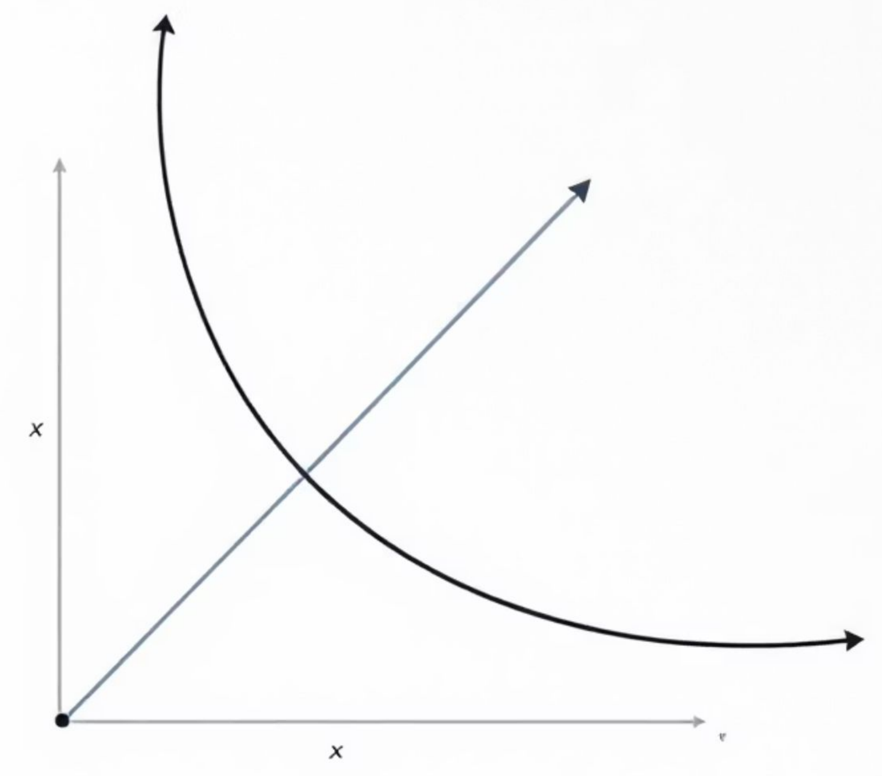
Այսպիսով, $y = 2x^2 - 4x + 1$ ֆունկցիայի գագաթը գտնվում է (1, -1) կետում:

Քառակուսային հավասարումների կապը ֆունկցիաների հետ

Քառակուսային հավասարումը սերտորեն կապված է քառակուսային ֆունկցիայի հետ: Այն ունի հետևյալ տեսքը.

> $ax^2 + bx + c = 0$

Քառակուսային հավասարման լուծումները (կամ արմատները) 'x'-ի այն արժեքներն են, որտեղ քառակուսային ֆունկցիան հատում է x-առանցքը (այսինքն, որտեղ y = 0):
Այս կետերը հաճախ անվանվում են պարաբոլի x-հատման կետեր: Քառակուսային հավասարումը կարող է ունենալ երկու, մեկ կամ ոչ մի իրական լուծում՝ կախված նրանից, թե պարաբոլը քանի անգամ է հատում կամ շոշափում x-առանցքը:



Օրինակ 3. Քառակուսի հավասարումը լուծելը

Եկեք լուծենք քառակուսի հավասարումը՝

> $2x^2 - 4x + 1 = 0$

Մենք օգտագործում ենք քառակուսի բանաձևը, որը սկսվում է դիսկրիմինանտը (D) հաշվելով՝

$$D = b^2 - 4ac$$

- Մեր հավասարման համար a=2, b=-4, c=1:
- $D = (-4)^2 - 4(2)(1) = 16 - 8 = 8$

Քանի որ D > 0, կան երկու տարբեր իրական արմատներ: Այժմ գտնենք արմատները՝ օգտագործելով քառակուսի բանաձևը՝

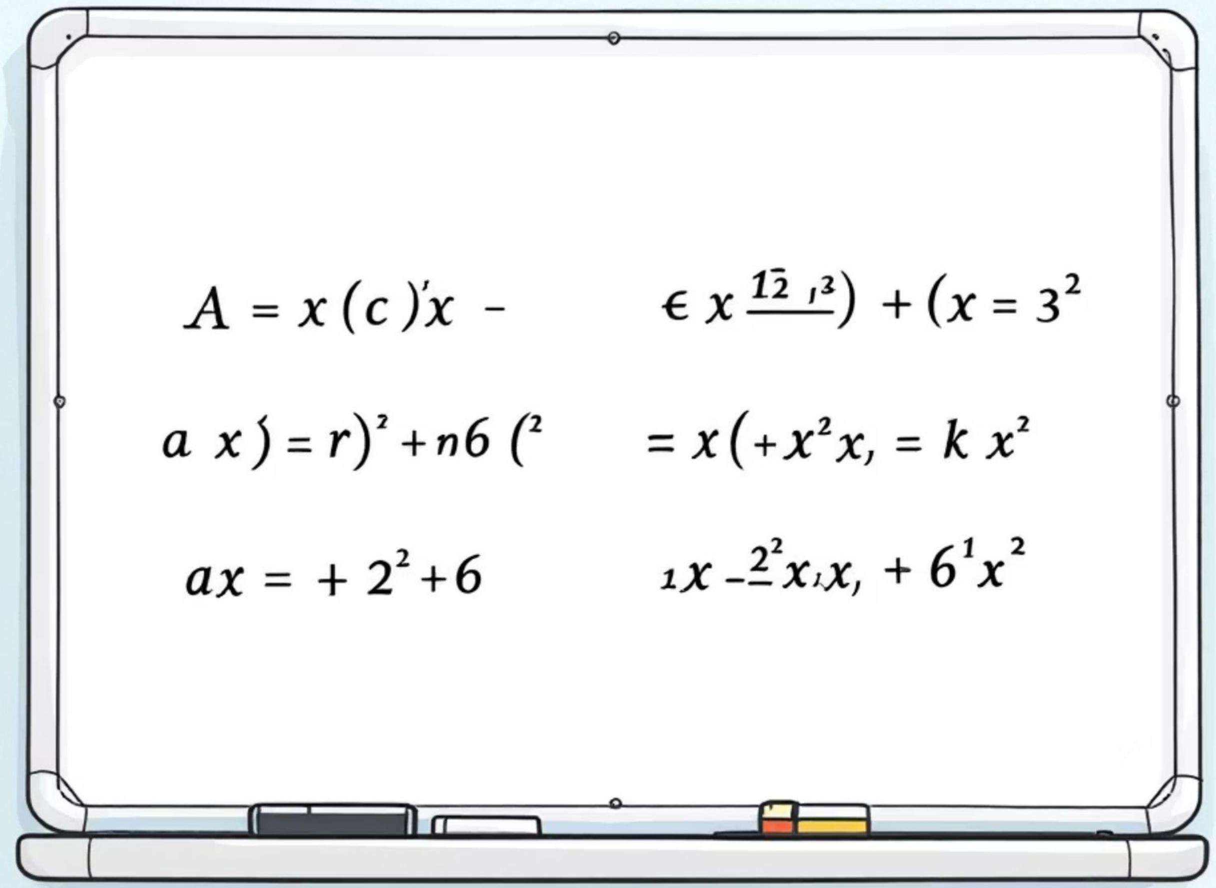
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Արժեքները տեղադրելով՝

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{4}$$

նք x-ի հատման կետերն են, որտեղ $y = 2x^2 - 4x + 1$ պարաբոլը հատում է x-ի

ւնցքը:



Քառակուսային ֆունկցիաների կիրառություններ

Գրաֆիկական վերլուծություն

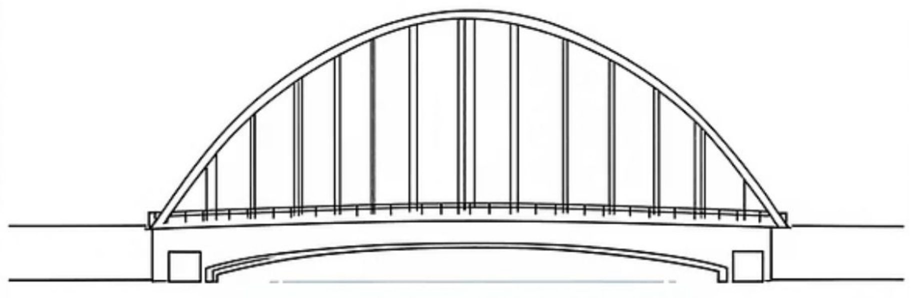
Քառակուսային ֆունկցիաները հիմնարար են կորերի ձևի և վարքագծի վերլուծության, տարբեր ոլորտներում մաքսիմումների, մինիմումների և հատման կետերի բացահայտման համար:

Մոդելավորում գիտության և տնտեսագիտության մեջ

Ֆիզիկայից (արձակված մարմնի շարժում, օպտիկա) մինչև տնտեսագիտություն (առաջարկի և պահանջարկի կորեր, շահույթի առավելագույնացում)՝ քառակուսային ֆունկցիաները օգտագործվում են իրական աշխարհի երևույթների մոդելավորման համար:

Հարաբերությունների ըմբռնում

Դրանք հզոր միջոց են հասկանալու, թե ինչպես է մեկ փոփոխականը փոխվում մյուսի նկատմամբ, հատկապես արագացող կամ դանդաղող գործընթացների հետ գործ ունենալիս:



Եզրակացություն. Տիրապետելով քառակուսային ֆունկցիային

1

Կարևոր է մաթեմատիկայում և կյանքում

Քառակուսային ֆունկցիան մաթեմատիկայի հիմնաքարն է, որն ունի լայն կիրառություն ինչպես ակադեմիական, այնպես էլ գործնական համատեքստերում:

2

Բացահայտեք խնդիրների լուծումը

Հասկանալով դրա հատկությունները, ներառյալ գործակիցները, գագաթը և արմատները, դուք ձեռք եք բերում բազմաթիվ խնդիրներ արդյունավետ լուծելու կարողություն:

3

Փորձը կատարելագործում է

Ես խստորեն խրախուսում եմ ձեզ փորձել տարբեր օրինակներ և վարժություններ՝ ձեր ըմբռնումը ամրապնդելու և վստահություն կառուցելու համար: Շարունակեք ուսումնասիրել: